Paolo Perfetti, Dipartimento di matematica, II Università degli Studi di Roma, facoltà di Ingegneria

Compito di Analisi III per Ingegneria Online (Gestionale e Informatica) 13–01–07 A.A. 2006/2007

• Sia data la seguente funzione $f(x,y) = x^3y - \frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{2}y^2$. Si dica quale delle seguenti affermazioni è vera

R1* La funzione ha tre punti critici, due di questi hanno ascisse opposte e sono due selle R2 La funzione ha un solo punto critico ed è un minimo R3 La funzione ha tre punti critici, due di questi hanno ascisse opposte e sono uno un punto di massimo ed uno un punto di minimo R4 La funzione ha solo due punti critici e sono due punti di massimo R5 La funzione ha un solo punto critico ed è un massimo R6 tutti i punti critici sono massimi R7 nessuna delle altre

• Si calcoli il volume della porzione di spazio (detta V) compresa fra i due coni $z = 1 - \sqrt{2x^2+y^2}$ e $z = 2 - \sqrt{8x^2+4y^2}$

R1 $\frac{\pi}{4}$ R2* $\frac{\sqrt{2}}{6}\pi$ R3 $\sqrt{2}\pi$ R4 $\frac{3}{\sqrt{2}}\pi$ R5 $2\sqrt{3}\pi$ R6 $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$ R7 nessuna delle altre

• Si calcoli il flusso del campo vettoriale $\underline{F}(\underline{x}) = \frac{x^2}{2}\underline{i} + y\underline{j}$ attraverso la superficie, detta S, che costituisce il bordo di V

R1 $\frac{\pi}{3}$ R2 $\pi\frac{\sqrt{2}}{3}$ R3* $\pi\frac{\sqrt{2}}{6}$ R4 $\frac{\sqrt{2}}{3}$ R5 -2π R6 $\frac{\pi}{6}$ R7 nessuna delle altre

• Si valuti $\int_\gamma \omega$ dove $\omega = (xy^2 + x + \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}\frac{1}{1+x^2+y^2})dx + (yx^2 + y + \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}\frac{1}{1+x^2+y^2})dy$
e $\gamma = (\gamma_1(t), \gamma_2(t)) : [0, \sqrt{\frac{\pi}{3}}] \to \mathbf{R}^2$ è la curva $\gamma_1 = \cos t^2$, $\gamma_2 = \sin t^2$

R1 $\frac{1}{8}$ R2 $-\frac{2}{9}$ R3 -1 R4* $\frac{3}{32}$ R5 2 R6 $\frac{5}{6}$ R7 nessuna delle altre

• Si calcoli l'area della porzione di superficie cilindrica $x^2 + y^2 = 1$ i cui punti hanno ordinata soddisfacente la condizione $-2 + x^2 + 2y^2 < z < 2 - x^2 - y^2$

R1 π R2 2π R3 $\frac{\pi}{2}$ R4 $\frac{\pi}{4}$ R5* 3π R6 $\frac{\pi}{6}$ R7 nessuna delle altre

• Si calcoli l'area dell'insieme limitato S esterno al rombo di centro l'origine e diagonali pari a 2 ed interno ai grafici delle due funzioni $y = \pm(2 - 2x^2)$

R1* $\frac{10}{3}$ R2 $\frac{1}{3}$ R3 6 R4 3 R5 8 R6 $\frac{20}{3}$ R7 nessuna delle altre

• Usando il teorema delle funzioni implicite si trovi il piano tangente $z = ax + by + c$ alla funzione definita implicitamente dalla relazione $\sin(2x + \sin x) + \sin(3y + \sin y) + \sin(z + \sin z) = 0$ nel punto $(0,0,0)$

R1* $2z + 3x + 4y = 0$ R2 $z + x + y = 0$ R3 $z - x + y =$ R4 $2z + 2x - 3y = 0$ R5 $z = 0$ R6 $3z + 2x - 2y = 0$ R7 nessuna delle altre

• Si calcoli l'integrale doppio della funzione $|x - \frac{1}{2}|$ esteso all'insieme limitato S esterno al rombo di centro l'origine e diagonali pari a 2 ed interno ai grafici delle due funzioni $y = \pm(2 - 2x^2)$. Inoltre deve essere $x \geq 0$, $y \geq 0$

R1 $\frac{1}{8}$ R2* $\frac{3}{16}$ R3 $\frac{6}{5}$ R4 $\frac{2}{3}$ R5 $\frac{8}{3}$ R6 $\frac{20}{3}$ R7 nessuna delle altre

• Sul retro del foglio si calcoli il polinomio di Taylor di grado 10 della funzione $\frac{1}{1+xy^2}$ centrato in $(x,y) = (0,0)$ (Suggerimento: non è consigliabile fare derivate)

• Si dica quanto vale $4f_x(1,1) + f_y(1,1)$ dove $f(x,y) = 2\frac{x^{xy+x}}{x^2+y^2}$

R1 0 R2 -4 R3* 3 R4 4 R5 -1 R6 2 R7 nessuna delle altre